Lógica de Descripciones $\mathcal{ALC}$

Paula Severi

University of Leicester

Facultad de Ingeniería. Universidad de la República, Montevideo, Uruguay. Noviembre-Diciembre 2018.

Resumen de esta clase

1. Definición de sintaxis y semántica de la lógica $\mathcal{ALC}$

2. Problemas básicos de razonamiento: satisfactibilidad, inclusión, equivalencia, consistencia, instancias.

3. Traducción de $\mathcal{ALC}$ a lógica de Primer Orden.

- Nombres. Suponemos **C**, **R** dos conjuntos infinitos numerables disjuntos.

nombres de conceptos	nombres de roles
$A, B \in \mathbf{C}$	$R, S \in \mathbf{R}$

Lógica de descripciones $\mathcal{ALC}$. Sintaxis.

- Nombres. Suponemos **C**, **R** dos conjuntos infinitos numerables disjuntos.

nombres de conceptos	nombres de roles
$A, B \in \mathbf{C}$	$R, S \in \mathbf{R}$

Conceptos

Se denotan C, D y se definen inductivamente por medio de la gramática siguiente:

$$C, D := \bot \mid \top \mid A \mid \neg C \mid C \sqcap D \mid C \sqcup D \mid \forall R.C \mid \exists R.C$$

donde $A \in \mathbf{C}$ y $R \in \mathbf{R}$.

Conceptos atómicos vs compuestos

- conceptos atómicos
  $\bot, \top, A$
- conceptos compuestos
  - $C \sqcap D$ conjunción
  - $C \sqcup D$ disjunción
  - $\neg C$ negación
  - $\forall R.C$ restricción de valor
  - $\exists R.C$ restricción existencial

Ejemplos de conceptos para la Ontologia de la Familia

Ejemplos de nombres de conceptos:

- $\mathtt{Persona}$
- $\mathtt{Madre}$
- $\mathtt{Padre}$
- $\mathtt{Abuela}$

Ejemplos de nombres de roles:

- $\mathtt{tieneHijo}$
- $\mathtt{tieneEsposo}$

Ejemplos de conceptos compuestos en $\mathcal{ALC}$.

- $\mathtt{Padre} \sqcup \mathtt{Madre}$
- $\exists \mathtt{tieneHijo}.\mathtt{Persona}$

Semántica de $\mathcal{ALC}$ en Teoría de Conjuntos

OWL	Lógica de Descripciones	Teoría de Conjuntos
Clase	Concepto (descripción de concepto)	Conjunto
Propiedad	Rol (descripción de rol)	Relaciones binarias

Semántica de $\mathcal{ALC}$ en Teoría de Conjuntos

Interpretación.

1. Sea $\mathcal{I} = (\Delta^{\mathcal{I}}, \cdot^{\mathcal{I}})$ tal que
   1. $\Delta^{\mathcal{I}}$ es un conjunto no vacío, dominio de la interpretación
   2. $\cdot^{\mathcal{I}}$ es una función de interpretación que asigna
      1. a cada nombre A, un conjunto $A^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta^{\mathcal{I}}$ y
      2. cada nombre R una relación binaria $R^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta^{\mathcal{I}} \times \Delta^{\mathcal{I}}$
2. La función de interpretación se extiende a conceptos compuestos en forma inductiva:

$$
\begin{array}{ll}
\bot^{\mathcal{I}} & = \emptyset \\
\top^{\mathcal{I}} & = \Delta^{\mathcal{I}} \\
(\neg C)^{\mathcal{I}} & = \Delta^{\mathcal{I}} \setminus C^{\mathcal{I}} \\
(C \sqcap D)^{\mathcal{I}} & = C^{\mathcal{I}} \cap D^{\mathcal{I}} \\
(C \sqcup D)^{\mathcal{I}} & = C^{\mathcal{I}} \cup D^{\mathcal{I}} \\
(\forall R.C)^{\mathcal{I}} & = \{x \mid \forall y.(x, y) \in R^{\mathcal{I}} \rightarrow \ y \in C^{\mathcal{I}}\} \\
(\exists R.C)^{\mathcal{I}} & = \{x \mid \exists y.(x, y) \in R^{\mathcal{I}} \wedge \ y \in C^{\mathcal{I}}\}
\end{array}
$$

Ejemplo de interpretación

- Definimos $\mathcal{I} = (\Delta^{\mathcal{I}}, \cdot^{\mathcal{I}})$ fijando el dominio y la interpretación sobre los nombres:
  1. Dominio $\Delta^{\mathcal{I}} = \{a, b, c, d, e\}$.
  2. Interpretación $\cdot^{\mathcal{I}}$ de nombres:
     - $\texttt{Persona}^{\mathcal{I}} = \{a, b, c, d\}$
     - $\texttt{Madre}^{\mathcal{I}} = \{a\}$
     - $\texttt{Padre}^{\mathcal{I}} = \{b\}$
     - $\texttt{Abuela}^{\mathcal{I}} = \{c\}$
     - $\texttt{tieneHijo}^{\mathcal{I}} = \{(a, d), (b, d), (c, a), (a, e), (d, e)\}$
     - $\texttt{tieneEsposo}^{\mathcal{I}} = \{(a, b), (e, d)\}$
- La interpretación sobre los conceptos compuestos queda determinada:
  - $(\texttt{Padre} \sqcup \texttt{Madre})^{\mathcal{I}} = \{a, b\}$
  - $(\exists \texttt{tieneHijo.Persona})^{\mathcal{I}} = \{a, b, c\}$
  - $(\forall \texttt{tieneHijo.Persona})^{\mathcal{I}} = \{b, c, e\}$
  - $(\exists \texttt{tieneEsposo.}\forall \texttt{tieneHijo.Persona})^{\mathcal{I}} = \{a\}$

Axiomas sobre conceptos

Sea $\mathcal{I}$ una intepretación de $\mathcal{ALC}$.

Semántica de la inclusión $C \sqsubseteq D$

$\mathcal{I}$ satisface la inclusión $C \sqsubseteq D$ si $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$. Notación: $\mathcal{I} \models C \sqsubseteq D$.

Semántica de la Equivalencia $C \equiv D$

$C \equiv D$ es una abreviación para $C \sqsubseteq D$ y $D \sqsubseteq C$, i.e.
$\mathcal{I} \models C \equiv D$ si $\mathcal{I} \models C \sqsubseteq D$ y $\mathcal{I} \models D \sqsubseteq C$.

Axiomas sobre individuos: aserciones

Sean a, b nombres de individuos.

Aserción de conceptos $a : C$

$\mathcal{I}$ satisface la aserción $a : C$ si $a^{\mathcal{I}} \in C^{\mathcal{I}}$.
Notación. $\mathcal{I} \models a : C$.

A veces escribimos $C(a)$ en vez de $a : C$

Aserción de roles $\langle a, b \rangle : R$

$\mathcal{I}$ satisface la aserción $\langle a, b \rangle : R$ si $(a^{\mathcal{I}}, b^{\mathcal{I}}) \in R^{\mathcal{I}}$.
Notación: $\mathcal{I} \models < a, b >: R$.

A veces escribimos $R(a, b)$ $\quad a\ R\ b \quad$ en vez de $\langle a, b \rangle : R$

Base de conocimiento: TBOX + ABOX

Base de conocimiento $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$

$\mathcal{T}$ es TBox (conocimiento terminológico)

conjunto finito de inclusiones $C \sqsubseteq D$

Conocimiento básico (Ontología)

$\mathcal{A}$ es ABox (conocimiento asercional)

conjunto finito de aserciones

$$a : C$$

$$< a, b >: R$$

Conocimiento sobre individuos

Ejemplo de Base de Conocimiento sobre la Familia

Base de Conocimiento $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$

TBox $\mathcal{T}$

$$
\begin{array}{rcl}
\mathtt{Persona} & \equiv & \mathtt{Mujer} \sqcup \mathtt{Hombre} \\
\mathtt{Mujer} \sqcap \mathtt{Hombre} & \sqsubseteq & \bot \\
\mathtt{Padre} & \equiv & \mathtt{Persona} \sqcap \exists \mathtt{tieneHijo.Persona} \\
\mathtt{Madre} & \equiv & \mathtt{Mujer} \sqcap \exists \mathtt{tieneHijo.Persona} \\
\mathtt{PersonasinHijos} & \equiv & \forall \mathtt{tieneHijo}.\bot \\
\mathtt{Abuela} & \equiv & \mathtt{Mujer} \sqcap \exists \mathtt{tieneHijo.Padre}
\end{array}
$$

ABox $\mathcal{A}$

$\mathtt{Martha} : \mathtt{Mujer}$

$\mathtt{Paula} : \mathtt{Mujer}$

$\mathtt{Anna} : \mathtt{Mujer}$

$< \mathtt{Martha}, \mathtt{Paula} >: \mathtt{tieneHijo}$

$< \mathtt{Paula}, \mathtt{Anna} >: \mathtt{tieneHijo}$

Ejemplo de Base de Conocimiento sobre Retablos

Base de Conocimiento $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$

TBox $\mathcal{T}$

$$\begin{array}{rcl} \texttt{Retablo} & \sqsubseteq & \texttt{Pintura} \sqcap \\ & & \exists \texttt{tieneFigura.FiguraReligiosa} \\ \texttt{Pintura} & \sqsubseteq & \texttt{ObraArte} \\ \exists \texttt{haPintado}.\top & \sqsubseteq & \texttt{Pintor} \\ \top & \sqsubseteq & \forall \texttt{haPintado.Pintura} \end{array}$$

ABox $\mathcal{A}$

$\texttt{Madonna Sixtina} : \texttt{Retablo} \quad \texttt{Rafael} : \texttt{Pintor}$

$< \texttt{Rafael}, \texttt{Madona Sixtina} >: \texttt{haPintado}$

Modelo de una base de conocimiento

Sea $\mathcal{I}$ una intepretación y $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$ una base de conocimiendo.

$\mathcal{I}$ es un modelo de $\mathcal{K}$ (o $\mathcal{I}$ satisface $\mathcal{K}$)

1. $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$ para todo $C \sqsubseteq D$ en $\mathcal{T}$.
2. $a^{\mathcal{I}} \in C^{\mathcal{I}}$ para todo $a : C$ en $\mathcal{A}$
3. $(a^{\mathcal{I}}, b^{\mathcal{I}}) \in R^{\mathcal{I}}$ si $\langle a, b \rangle : R$ en $\mathcal{A}$.

Notación: $\mathcal{I} \models \mathcal{K}$.

Consistencia de una base de conocimiento

$\mathcal{K}$ es consistente si existe $\mathcal{I}$ modelo de $\mathcal{K}$.

Modelo para la Base de Conocimiento sobre la Familia

Definimos $\mathcal{I} = (\Delta^{\mathcal{I}}, \cdot^{\mathcal{I}})$ de la siguiente manera:

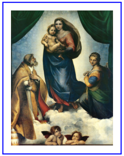
- $\Delta^{\mathcal{I}} = \{0, 1, 2\}$
- $\mathtt{Persona}^{\mathcal{I}} = \mathtt{Mujer}^{\mathcal{I}} = \{0, 1, 2\}$
- $\mathtt{Hombre}^{\mathcal{I}} = \emptyset$
- $\mathtt{Padre}^{\mathcal{I}} = \mathtt{Madre}^{\mathcal{I}} = \{0, 1\}$
- $\mathtt{Abuela}^{\mathcal{I}} = \{0\}$
- $\mathtt{PersonasinHijos}^{\mathcal{I}} = \{2\}$
- $\mathtt{tieneHijo}^{\mathcal{I}} = \{(n, n+1) \mid n \in \{0, 1\}\}.$
- $\mathtt{Martha}^{\mathcal{I}} = 0$
- $\mathtt{Paula}^{\mathcal{I}} = 1$
- $\mathtt{Anna}^{\mathcal{I}} = 2$

Otro Modelo para la Base de Conocimiento sobre la Familia

Definimos $\mathcal{I} = (\Delta^{\mathcal{I}}, \cdot^{\mathcal{I}})$ de la siguiente manera:

- $\Delta^{\mathcal{I}} = \mathbb{N}$
- $\texttt{Persona}^{\mathcal{I}} = \texttt{Mujer}^{\mathcal{I}} = \mathbb{N}$
- $\texttt{Hombre}^{\mathcal{I}} = \emptyset$
- $\texttt{Padre}^{\mathcal{I}} = \texttt{Madre}^{\mathcal{I}} = \mathbb{N}$
- $\texttt{Abuela}^{\mathcal{I}} = \mathbb{N}$
- $\texttt{PersonasinHijos}^{\mathcal{I}} = \emptyset$
- $\texttt{tieneHijo}^{\mathcal{I}} = \{(n, n+1) \mid n \in \mathbb{N}\}$.
- $\texttt{Martha}^{\mathcal{I}} = 0$
- $\texttt{Paula}^{\mathcal{I}} = 1$
- $\texttt{Anna}^{\mathcal{I}} = 2$

Ejemplo de base consistente



Base de Conocimiento $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$

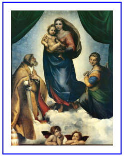
TBox $\mathcal{T}$

$$\mathtt{Retablo} \sqsubseteq \mathtt{Pintura} \sqcap \exists \mathtt{tieneFigura}.\mathtt{FiguraReligiosa}$$

ABox $\mathcal{A}$

$$\mathtt{Madonna\ Sixtina} : \mathtt{Retablo}$$

Ejemplo de base consistente.



Justificación. Construcción de un modelo.

Definimos $\mathcal{I}$ una extensión del modelo de términos.

1. $\Delta^{I} = \{\texttt{Madonna Sixtina}, \texttt{f1}\}$
2. $\texttt{Retablo}^{I} = \texttt{Pintura}^{I} = \{\texttt{Madonna Sixtina}\}$
3. $\texttt{FiguraReligiosa}^{\mathcal{I}} = \{\texttt{f1}\}$
4. $\texttt{tieneFigura}^{\mathcal{I}} = \{\langle \texttt{Madonna Sixtina}, \texttt{f1} \rangle\}$

Ejemplo de base inconsistente.

Base de Conocimiento $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$

TBox $\mathcal{T}$

$$
\begin{aligned}
\mathtt{Retablo} \sqsubseteq\ & \mathtt{Pintura} \sqcap \\
& \exists \mathtt{tieneFigura}.\mathtt{FiguraReligiosa} \\
\mathtt{Pintura} \sqsubseteq\ & \forall \mathtt{tieneFigura}.\neg \mathtt{FiguraReligiosa}
\end{aligned}
$$

ABox $\mathcal{A}$

$\mathtt{Madonna\ Sixtina} : \mathtt{Retablo}$

Observación

Sin la aserción de Madonna Sixtina esta base sería consistente.

Satisfactibilidad, Inclusión y Equivalencia Absolutas

Satisfactibilidad

C es satisfactible si existe un modelo $\mathcal{I}$ tal que $C^{\mathcal{I}} \neq \emptyset$.

Inclusión

C está incluido en D si $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$ para toda interpretación $\mathcal{I}$.
Notación: $\models C \sqsubseteq D$
Omitimos el $\models$ y escribimos $C \sqsubseteq D$

Equivalencia

C es equivalente a D si $C^{\mathcal{I}} = D^{\mathcal{I}}$ para toda interpretación $\mathcal{I}$.
Notación: $\models C \equiv D$
Omitimos el $\models$ y escribimos $C \equiv D$

Dualidad

Usando la semántica de la igualdad, probamos:

1. $\neg\neg C \equiv C$.
2. $C \sqcup D \equiv \neg(\neg C \sqcap \neg D)$.
3. $C \sqcap D \equiv \neg(\neg C \sqcup \neg D)$.
4. $\forall R.C \equiv \neg(\exists R.\neg C)$.
5. $\exists R.C \equiv \neg(\forall R.\neg C)$.

Por ejemplo, la sintaxis se podria definir de una de estas formas:

- solamente con $\sqcap$ y $\forall$. Los operadores $\sqcup$ y $\exists$ se definen con $\sqcap$ y $\forall$.
- solamente con $\sqcup$ y $\exists$. Los operadores $\sqcap$ y $\forall$ se definen con $\sqcup$ y $\exists$.

Distributividad

Lo siguiente se demuestra usando la definición de semántica de $\equiv$.

1. $\forall R.(C \sqcap D) \equiv \forall R.C \sqcap \forall R.D.$
2. $\exists R.(C \sqcup D) \equiv \exists R.C \sqcup \exists R.D.$
3. $\forall R.\top \equiv \top.$
4. $C \equiv \top$ implica $\forall R.C \equiv \top.$

Nota. Los modelos de $\mathcal{ALC}$ son álgebras de Boole con operadores (uno por cada rol) que satisfacen lo anterior. Se llaman *álgebras modales normales*. Resultado viene de Lógica Modal.

Servicios de Razonamiento Básicos

Satisfactibilidad con respecto a $\mathcal{T}$

C es satisfactible con respecto a $\mathcal{T}$ si existe un modelo $\mathcal{I}$ de $\mathcal{T}$ tal que $C^{\mathcal{I}} \neq \emptyset$.

En particular, C es satisfactible is es satisfactible con respecto a $\mathcal{T} = \emptyset$.

Inclusión con respecto a $\mathcal{T}$

C está incluido en D con respecto a $\mathcal{T}$ si $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$ para todo modelo $\mathcal{I}$ de $\mathcal{T}$. Notación: $\mathcal{T} \models C \sqsubseteq D$.

En particular, C esta incluido en D si C esta incluido en D con respecto a $\mathcal{T} = \emptyset$. Notación: $\models C \sqsubseteq D$ o $C \sqsubseteq D$

Servicios de Razonamiento Básicos

Instancia de un concepto con respecto a $\mathcal{K}$

a es una instancia de C con respecto a $\mathcal{K}$ si $a^{\mathcal{I}} \in C^{\mathcal{I}}$ para todo modelo $\mathcal{I}$ de $\mathcal{K}$.
Notación: $\mathcal{K} \models a : C$.

Instancia de un rol con respecto a $\mathcal{K}$

$\langle a, b\rangle$ es una instancia de R con respecto a $\mathcal{K}$ si $(a^{\mathcal{I}}, b^{\mathcal{I}}) \in R^{\mathcal{I}}$ para todo modelo $\mathcal{I}$ of $\mathcal{K}$.
Notación: $\mathcal{K} \models \langle a, b\rangle : R$.

Ejemplos de inferencia sobre la familia

Sea $\mathcal{K}$ la base de conocimento sobre la familia. ¿Podemos realizar las siguientes inferencias?

- $\mathcal{T} \models \texttt{Mujer} \sqsubseteq \texttt{Persona}$

Ejemplos de inferencia sobre la familia

Sea $\mathcal{K}$ la base de conocimento sobre la familia. ¿Podemos realizar las siguientes inferencias?

- $\mathcal{T} \models \mathtt{Mujer} \sqsubseteq \mathtt{Persona}$
  Si!
- $\mathcal{T} \models \mathtt{Madre} \sqsubseteq \mathtt{Padre}$

Ejemplos de inferencia sobre la familia

Sea $\mathcal{K}$ la base de conocimento sobre la familia. ¿Podemos realizar las siguientes inferencias?

- $\mathcal{T} \models \texttt{Mujer} \sqsubseteq \texttt{Persona}$
  Si!
- $\mathcal{T} \models \texttt{Madre} \sqsubseteq \texttt{Padre}$
  Si!
- $\mathcal{K} \models \texttt{Martha} : \texttt{Abuela}$

Ejemplos de inferencia sobre la familia

Sea $\mathcal{K}$ la base de conocimento sobre la familia. ¿Podemos realizar las siguientes inferencias?

- $\mathcal{T} \models \texttt{Mujer} \sqsubseteq \texttt{Persona}$
  Si!
- $\mathcal{T} \models \texttt{Madre} \sqsubseteq \texttt{Padre}$
  Si!
- $\mathcal{K} \models \texttt{Martha} : \texttt{Abuela}$
  Si!
- $\mathcal{K} \models \texttt{Anna} : \texttt{Madre}$

Ejemplos de inferencia sobre la familia

Sea $\mathcal{K}$ la base de conocimento sobre la familia. ¿Podemos realizar las siguientes inferencias?

- $\mathcal{T} \models \texttt{Mujer} \sqsubseteq \texttt{Persona}$
  Si!
- $\mathcal{T} \models \texttt{Madre} \sqsubseteq \texttt{Padre}$
  Si!
- $\mathcal{K} \models \texttt{Martha} : \texttt{Abuela}$
  Si!
- $\mathcal{K} \models \texttt{Anna} : \texttt{Madre}$
  No! El modelo $\mathcal{I}$ de $\mathcal{K}$ con $\Delta^{\mathcal{I}} = \{0, 1, 2\}$ no satisface $\texttt{Anna} : \texttt{Madre}$
- $\mathcal{K} \models \texttt{Anna} : \neg\texttt{Madre}$

Ejemplos de inferencia sobre la familia

Sea $\mathcal{K}$ la base de conocimento sobre la familia. ¿Podemos realizar las siguientes inferencias?

- $\mathcal{T} \models \texttt{Mujer} \sqsubseteq \texttt{Persona}$
  Si!
- $\mathcal{T} \models \texttt{Madre} \sqsubseteq \texttt{Padre}$
  Si!
- $\mathcal{K} \models \texttt{Martha} : \texttt{Abuela}$
  Si!
- $\mathcal{K} \models \texttt{Anna} : \texttt{Madre}$
  No! El modelo $\mathcal{I}$ de $\mathcal{K}$ con $\Delta^{\mathcal{I}} = \{0, 1, 2\}$ no satisface $\texttt{Anna} : \texttt{Madre}$
- $\mathcal{K} \models \texttt{Anna} : \neg\texttt{Madre}$
  No! El modelo $\mathcal{I}$ de $\mathcal{K}$ con $\Delta^{\mathcal{I}} = \mathbb{N}$ no satisface $\texttt{Anna} : \neg\texttt{Madre}$

- **Clasificación.** Jerarquía de $\sqsubseteq$
- **Satisfactibilidad de conceptos en $\mathcal{T}$.**
  A es satisfactible con respecto a $\mathcal{T}$ para todo A de $\mathcal{T}$.
- **Recuperación de instancias.** Dado C y $\mathcal{K}$

$$\{a \mid \mathcal{K} \models a : C\}$$

- **Realización.** Dado a y $\mathcal{K}$

$$\{A \mid \mathcal{K} \models a : A\}$$

Mundo Abierto vs Cerrado

Mundo Cerrado: Base de Datos

Lo que no esta explícitamente enunciado se asume que no es verdad.

La base de datos representa un único modelo.

Mundo Abierto: Lógica de Descripciones

Lo que no esta explícitamente enunciado, no se sabe todavia pero puede ser verdad en el futuro.

Una base de conocimiento tiene muchos modelos.

Una base de conocimiento contiene conocimiento incompleto.

Ejemplo

Agregamos lo siguiente a nuestra base de conocimiento sobre la familia:

`Laura` :`Madre`

La base resultante es consistente?

Ejemplo

Ahora agregamos:

$\mathtt{PadreSoloVarones} \equiv \mathtt{Padre} \sqcap \forall \mathtt{tieneHijo}.\mathtt{Hombre}$

$(\mathtt{Juan}, \mathtt{Pedro}): \mathtt{tieneHijo}$

$\mathtt{Juan}: \mathtt{Padre}$

$\mathtt{Pedro}: \mathtt{Hombre}$

$\models \mathtt{Juan} : \mathtt{PadreSoloVarones}$?

Ejemplo. La Tragedia de Edipo.

Sea $\mathcal{K}$ la siguiente base de conocimiento.

TBox $\mathcal{T}$

$$\mathtt{Parricida} \sqsubseteq \mathtt{Persona}$$

ABox $\mathcal{A}$

$$\mathtt{edipo} : \mathtt{Parricida}$$
$$\mathtt{tersandro} : \neg\mathtt{Parricida}$$

$$(\mathtt{yocasta}, \mathtt{edipo}) : \mathtt{tieneHijo}$$
$$(\mathtt{yocasta}, \mathtt{polinicides}) : \mathtt{tieneHijo}$$
$$(\mathtt{edipo}, \mathtt{polinicides}) : \mathtt{tieneHijo}$$
$$(\mathtt{polinicides}, \mathtt{tersandro}) : \mathtt{tieneHijo}$$

Ejemplo. La Tragedia de Edipo.

Sea $\mathcal{K}$ la siguiente base de conocimiento.

TBox $\mathcal{T}$

$$\mathtt{Parricida} \sqsubseteq \mathtt{Persona}$$

ABox $\mathcal{A}$

$$\begin{array}{l}
\mathtt{edipo} : \mathtt{Parricida} \\
\mathtt{tersandro} : \neg\mathtt{Parricida} \\
\\
(\mathtt{yocasta}, \mathtt{edipo}) : \mathtt{tieneHijo} \\
(\mathtt{yocasta}, \mathtt{polinicides}) : \mathtt{tieneHijo} \\
(\mathtt{edipo}, \mathtt{polinicides}) : \mathtt{tieneHijo} \\
(\mathtt{polinicides}, \mathtt{tersandro}) : \mathtt{tieneHijo}
\end{array}$$

$\mathcal{K} \models \mathtt{yocasta} :$
$(\exists\mathtt{tieneHijo}.(\mathtt{Parricida} \sqcap \exists\mathtt{tieneHijo}.\neg\mathtt{Parricida}))$???

Bibliografía para esta clase

- Capítulo 2 y 4 *Description Logic Handbook: Theory, Implementation, and Applications.* Editores Franz Baader and Diego Calvanese and Deborah L. McGuinness and Daniele Nardi and Peter F. Patel-Schneider. 2003.