Curso Lógica de Descripciones 2018
InCo, Facultad de Ingeniería, Montevideo, Uruguay

EJERCICIOS SOBRE SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE $\mathcal{SROIQ}$

Ejercicio 1 (**Traducción a lógica de primer orden**)
Codificar las características de roles a la lógica de primer orden.

- Transitividad $\mathsf{Trans}(R)$
- Simetría $\mathsf{Sym}(R)$ es $R = R^-$ y asimetría $\mathsf{Asym}(R)$.
- Funcionalidad $\mathsf{Fun}(R)$ es $\top \sqsubseteq \leq 1\ R$.
- Funcionalidad inversa es $\top \sqsubseteq \leq 1\ R^-$.
- Disjunción $\mathsf{Disj}(R, S)$
- Irreflexividad $\mathsf{Irref}(R)$, reflexividad $\mathsf{Refl}(R)$.

Ejercicio 2 (**Reflexividad Local**)

1. Escribir la sintaxis y semántica de la reflexividad local en $\mathcal{SROIQ}$.
2. Comparar con la restricción $\mathsf{ObjectHasSelf}$ de OWL 2.
3. Mostrar un ejemplo donde se necesite reflexividad local que no sea adecuado usar la característica de rol $\mathsf{Refl}(R)$.

Ejercicio 3 (**Claves**)

1. Escribir la semántica de $\mathsf{hasKeys}(S_1, \ldots, S_n)$.
2. Traducir $\mathsf{hasKeys}(S_1, \ldots, S_n)$ a la lógica de primer orden.

Ejercicio 4 (**Nominales**)

1. Escribir la semántica de $\{a\}$. Probar que $\{a_1, a_2\} = \{a_1\} \sqcup \{a_2\}$.
2. Probar lo siguiente:

(a) $\mathcal{I} \models C(a)$ si y solo si $\mathcal{I} \models \{a\} \sqcap C$.

(b) $\mathcal{I} \models R(a, b)$ si y solo si $\mathcal{I} \models \exists R.\{b\}(a)$.

(c) $\mathcal{I} \models \neg R(a, b)$ si y solo si $\mathcal{I} \models \forall R.\neg\{b\}(a)$.

(d) $\mathcal{I} \models a \neq b$ si y solo si $\mathcal{I} \models a : \neg\{b\}$.

3. Sea $\mathcal{A}'$ el resultado de reemplazar $R(a, b)$ por $\exists R.\{b\}(a)$ y $\neg R(a, b)$ por $\forall R.\neg\{b\}(a)$. Probar que $\mathcal{I} \models \mathcal{A}$ si y solo si $\mathcal{I} \models \mathcal{A}'$.

4. **(Internalización de la Abox)** Probar que C es satisfactible con respecto a $\langle \mathcal{T}, \mathcal{A}, \mathcal{R} \rangle$ si y solo si C' es satisfactible con respecto a $\langle \mathcal{T}, \mathcal{R} \rangle$ donde

$$C' := C \sqcap \bigsqcap_{D(a) \in \mathcal{A}'} \exists U.(\{a\} \sqcap D)$$

y U es el rol universal.

Ejercicio 5 (Reducción a la inconsistencia de una base) Sea $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A}, \mathcal{R} \rangle$ una base de conocimiento para $\mathcal{SROIQ}$. Probar los siguientes enunciados:

1. **Inclusión**. $\mathcal{K} \models C \sqsubseteq D$ sii $\mathcal{K} \cup \{C \sqcap \neg D(a)\}$ es inconsistente donde a es un individuo nuevo que no aparece en $\mathcal{K}$.

2. **Clase consistente**. $\mathcal{K} \models C \sqsubseteq \bot$ sii $\mathcal{K} \cup \{C(a)\}$ es inconsistente donde a es un individuo nuevo que no aparece en $\mathcal{K}$.

3. **Chequeo de instancia**. $\mathcal{K} \models C(a)$ sii $\mathcal{K} \cup \{\neg C(a)\}$ es inconsistente.

4. **Recuperación de instancias**. Encontrar todos los individuos a tal que $C(a)$, por cada individuo a en la base de concimiento chequear si $\mathcal{K} \models C(a)$.

Ejercicio 5 (**Restricciones de cardinalidad**)
Probar lo siguiente:

1. $\models \neg(\leqslant n\ R.C) \equiv \geqslant (n + 1)\ R.C$

2. $\models \neg(\geqslant\ (n + 1)\ R.C) \equiv \leqslant n\ R.C$

3. $\models \neg(\geqslant 0\ R.C) \equiv \bot$

4. $\models \exists R.C \equiv \geqslant 1\ R.C$

5. $\models \forall R.C \equiv \leqslant 0\ R.\neg C$